

“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LIBROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA ¿QUÉ NIVEL DE DIFICULTAD PRESENTAN?”

“THE WORLD PROBLEM SOLVING IN PRIMARY EDUCATION TEXT BOOKS ¿EASIEST SOLVING?”

Investigadora: Lourdes Beatriz González Duarte¹
Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación
Universidad de Salamanca, España

CDID “Centro de Documentación, Investigación y Difusión de Psicología Científica”²
Universidad Católica “Ntra. Sra. De la Asunción”

Recibido: 29 de Abril de 2015

Aceptado: 19 de Junio de 2016

Resumen

El objetivo principal del estudio fue analizar las características de los problemas aditivos y multiplicativos en los libros de texto de matemáticas de Educación Primaria publicadas en cuatro editoriales representativas de España y Paraguay. Los resultados muestran que los problemas más numerosos que aparecen en los libros de texto coinciden con los más sencillos de resolver. Los libros de texto presentan los problemas con un carácter estereotipado y se utilizan únicamente para el aprendizaje del cálculo y las operaciones.

Palabras Clave: Estructura Aditiva y Multiplicativa, Libros de Texto, Nivel de Dificultad, Resolución de Problemas Aritméticos.

¹ Correspondencia remitir a: gonzalulu@gmail.com Lourdes Beatriz González Duarte. Licenciada en Psicología de la Educación, Universidad Católica Nuestra Señora de la Asunción, Paraguay. Doctora en Psicología, Universidad de Salamanca, España. El presente artículo forma parte de la memoria de tesis doctoral “La interacción libro de texto-profesor/a en la resolución de problemas aritméticos” presentada para optar al título de Doctora.

²Correspondencia remitir a: revistacientificaeureka@gmail.com o norma@tigo.com.py “Centro de Documentación, Investigación y Difusión de Psicología Científica”, FFCH-Universidad Católica de Asunción-Paraguay.

Abstract

The main goal of the study was to analyze the characteristics of the word problems additive and multiplicative in the books of text mathematics textbooks of Primary Education published in four representative editorials of Spain and Paraguay. Results showed that the most of the problems that appear in the textbooks coincide with the easiest to solve of solving. Textbooks that in fact present the problems with a stereotyped character usually uses them as an exercise for learning calculus and operations and generally as exercise of the.

Keywords: additive structure, difficulty level, multiplicative structure, textbooks, word problems solving.

La resolución de problemas aritméticos juega un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, ya que permite desarrollar en los estudiantes las habilidades sobre cuándo y cómo aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones de la vida cotidiana. Pero esta utilidad práctica de la resolución de problemas contrasta con las dificultades que presentan muchos alumnos y alumnas en esta tarea, aún cuando no tengan dificultades para ejecutar las operaciones aritméticas implicadas en el problema. La discrepancia entre la ejecución de operaciones y la resolución de problemas puede ser explicada por diferentes factores entre los que identificamos tres. Un primer factor es la estructura semántica. Un segundo factor tiene que ver con el conocimiento conceptual necesario para resolver problemas. Y un tercer factor es el tipo de estrategia que los estudiantes ponen en marcha para resolver el problema.

Estos factores están mediatizados por el grado de dificultad de los problemas, el cual depende fundamentalmente de su estructura semántica. De esta forma, ciertos problemas necesitarán estrategias más sofisticadas y conocimientos más avanzados, mientras que en otros ocurrirá lo contrario.

En este sentido, la “dieta” de problemas a los que se enfrentan los estudiantes condiciona el tipo de estrategia y conocimientos que se promueven. Ésta es la razón por la que últimamente las investigaciones se han centrado en las características de la tarea relacionadas con la estructura semántica de los problemas ya que tiene una influencia directa en la relativa dificultad de tales problemas, además del contexto en el que se desarrolla en este caso los libros de texto.

La Resolución de Problemas Aritméticos

Los problemas verbales aritméticos pueden ser considerados genuinos textos, es decir, auténticas entidades discursivas (Orrantia, 1993; Reusser, 1990), y como tales poseen una estructura (superestructura en términos de la comprensión del discurso, véase Van Dijk y Kintsch, 1983) que representa las relaciones semánticas básicas entre las cantidades que aparecen en el problema. En este sentido, podemos hablar de distintos tipos de problemas en función de su *estructura semántica*, es decir, de las posibles relaciones que se establecen entre los conjuntos que aparecen en el enunciado.

Se han propuesto diferentes esquemas de clasificación para los **problemas aditivos** (suma y resta de una operación) pero quizás la más utilizada haya sido la propuesta por Riley y cols (Nesher, Greeno y Riley, 1982; Riley y Greeno, 1988; Riley, Greeno y Heller, 1983; Vergnaud, 1982), Carpenter y cols (Carpenter y Moser, 1982) y Fuson (1992) entre otros. Estos autores distinguen cuatro categorías básicas de problemas: cambio, combinación, comparación e igualación.

Para los problemas de cambio se parte de una cantidad inicial a la que se añade o quita algo para dar como resultado una cantidad mayor o menor. Los problemas de combinación parten de dos cantidades estáticas que se juntan para dar como resultado una cantidad mayor. Los problemas de comparación se caracterizan cuando dos cantidades mayor o menor se comparan entre sí estableciéndose una diferencia. En este caso el término relacional “menos que” o “más que” establece la relación comparativa entre ambos conjuntos. Y los problemas de igualación se presentan cuando la diferencia viene dada por una acción de añadir o quitar que se ejerce sobre la cantidad mayor o menor. Así podemos identificar veinte tipos de problemas diferentes desde estas 4 estructuras semánticas.

Pero volvamos a la idea del grado de dificultad de los problemas en función de su estructura semántica. Este factor hace que podamos distinguir entre problemas con un lenguaje consistente y problemas con un lenguaje inconsistente o conflictivo (Hegarty, Mayer y Monk, 1995; Mayer y Hegarty, 1996).

En los consistentes, los términos del enunciado (por ejemplo, “ganar” o “más que”) coinciden con la operación a realizar (una suma, como en cambio 1 o comparación 3), mientras que en los inconsistentes, los términos entran en conflicto con la operación (aparece “ganar” o “más que” y hay que hacer una resta, como en cambio 5 o comparación 5), lo que hace que estos problemas sean más difíciles de resolver.

Pero ¿por qué estos problemas inconsistentes son más difíciles de resolver? Porque las estrategias y los *conocimientos conceptuales* no son iguales uno para otros. En los consistentes se puede modelar directamente la situación, es decir, el conocimiento conceptual que se necesita no es muy sofisticado sino más intuitivo.

En los problemas inconsistentes (difíciles) no se puede modelar directamente el enunciado, es necesario apelar a estrategias y conocimientos más sofisticados como: entender la relación inversa entre la suma y la resta, y la estructura parte-todo de los números o composición aditiva (véase González, 2009, para una explicación pormenorizada de esta cuestión).

De hecho, algunos autores sugieren que muchos alumnos y alumnas como no comprenden el enunciado de los problemas (Verschaffel y De Corte, 1997), utilizan lo que estos autores denominan *estrategias superficiales* para resolver problemas.

Posiblemente, la estrategia superficial más comúnmente utilizada sea la estrategia de la palabra clave (Hegarty *et al.*, 1995; Nesher y Teubal, 1975; Verschaffel, De Corte y Pauwels, 1992).

Cuando los estudiantes seleccionan palabras claves aisladas del texto que asocian con una operación determinada sin tener en cuenta una representación global de la situación del problema. Por ejemplo, las palabras “juntos” o “ganar” se asociarían con una suma, mientras que “menos que” o “perder” se asociarían con la operación de restar. Esta estrategia tiene éxito cuando los alumnos se enfrentan a problemas que más atrás hemos denominado consistentes, pero cuando los problemas son inconsistentes la estrategia conduciría lógicamente a un error en la operación seleccionada. Otra estrategia superficial descrita se presenta cuando los estudiantes se guían por los números que aparecen en el problema para decidir la operación. Así, si los números son 78 y 54 se podría pensar en una suma o una multiplicación, pero si son 78 y 3 la operación más probable sería la división, infiriendo las operaciones a partir del tamaño de los números (Sowder, 1988). O bien seleccionar los números y dejarse guiar por la operación más reciente enseñada en clase o ejecutar una operación con la que uno se siente más competente. Incluso, cuando los problemas introducen información numérica irrelevante, ésta tiende a ser utilizada en las operaciones ejecutadas por los estudiantes (Littlefield y Rieser, 1993).

Con respecto a las **estructuras multiplicativas**, las investigaciones realizadas sobre el tema han utilizado la estructura semántica, de manera similar a la propuesta en la estructura aditiva. Sin embargo, tomando en cuenta que las estructuras multiplicativas son más variadas y, es necesario cubrir el amplio espectro de estos problemas, hemos considerado también el análisis dimensional.

Así, desde la estructura semántica se distinguen tres tipos de problemas (Greer, 1992; Nesher, 1988, 1992) que son: Grupos Iguales, Comparación multiplicativa y producto cartesiano. Los problemas de grupos iguales puede expresarse en términos de una razón (Greer, 1992). Los de comparación multiplicativa describen una cantidad en términos de otra. Como señala Nesher (1988), el texto del problema refleja una cantidad *referente* y una cantidad *comparada*, de tal forma que se establece una correspondencia entre cada elemento del conjunto referente al conjunto comparado. Por último en los problemas de producto cartesiano, el enunciado describe dos conjuntos independientes de objetos (el número de pantalones y el número de blusas, m y n) y la pregunta se refiere al producto cruzado entre cada una de las m y de las n (en el ejemplo cada pantalón y blusa es una combinación posible). Grupos iguales y comparación multiplicativa se consideran situaciones asimétricas porque los factores juegan diferentes roles, mientras que producto cartesiano constituye una situación simétrica porque los factores no juegan distintos roles.

Desde el análisis dimensional (Greer, 1992) tenemos los problemas parte-todo, área rectangular y conversión de medidas. Los problemas parte-todo incluyen aquellos problemas que implican fracciones. Los problemas de área rectangular se parecen a los problemas de producto cartesiano. En los que el área puede ser dividida en cuadrados de 1 cm (12 cm cuadrados). Y por último, los problemas de conversión de medidas que tienen una propiedad particular de medida 1 y medida 2, que son medidas alternativas de una misma cantidad.

Por lo tanto, se pueden identificar 14 tipos de problemas. Y también se presentan problemas fáciles o consistentes y difíciles o inconsistentes, un ejemplo de problema fácil sería una división por reparto en donde se puede modelar la situación. Y un problema difícil podría ser uno de comparación multiplicativa, donde es necesario el conocimiento conceptual que nos ayude a identificar la función escalar y la reversibilidad entre la multiplicación y la división. En definitiva, para la correcta resolución de un problema hay que desencadenar una serie de estrategias que permitan crear una representación del mismo; en este proceso interactúan distintos tipos de conocimientos: lingüísticos, culturales y matemáticos, y esta representación está mediatizada por la estructura semántica del problema.

Los libros de texto

Los estudios relacionados con los libros de texto generalmente no han establecido un vínculo directo con el aprendizaje de los alumnos, específicamente en las matemáticas, no obstante, su análisis permite tener una visión de su potencial efecto. Existen trabajos que han analizado los problemas en los libros de texto como una ventana a través de la cual ver las experiencias que los estudiantes tienen con este particular contenido (Carter, Li y Ferrucci, 1997; De Corte, Verschaffel, Janssens y Joillet, 1985; Fuson, Stigler y Bartsch, 1988; Li, 2000; Mayer, Sims y Tajika, 1995; Reusser, 1988; Schoenfeld, 1991; Stigler, Fuson, Ham y Kim, 1986). Aunque algunos de estos trabajos han sido desarrollados en el contexto de estudios comparativos entre los libros utilizados en distintos países, de todos ellos se pueden extraer algunas características que pueden ayudarnos a entender las prácticas educativas que se pueden estar promoviendo en las aulas.

Así, los problemas aritméticos que aparecen en los libros de texto de matemáticas tienden a estar agrupados y formulados de tal forma que la utilización de estrategias superficiales puede llevar a una ejecución correcta del problema. Por ejemplo, en algunos casos se promueve la utilización de la estrategia de la palabra clave resaltando estas palabras en el propio texto del problema; en otros, la estrategia puede ser derivada implícitamente a partir de la “dieta” más o menos estereotipada de los tipos de problemas presentados. Los problemas desafiantes, con información superflua o con datos necesarios omitidos, son poco habituales, de tal manera que los estudiantes infieren que resolver un problema implica hacer algo con (todos) los números que aparecen en el enunciado. Además, los contextos en los que aparecen los problemas son más bien estereotipados, y los convierte en poco estimulantes y motivantes llevando a los estudiantes a considerar estos contextos como algo irrelevante para la resolución de la tarea. Incluso contextos “realistas” en los que hay que hacer uso de conocimientos del mundo real son poco habituales, y cuando aparecen, los estudiantes tienden a obviarlos (Verschaffel, Greer y De Corte, 2000). A partir de lo expuesto se plantea la siguiente hipótesis de trabajo, los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas porque no comprenden el enunciado y utilizan estrategias superficiales para resolverlas, pero explícita o implícitamente estas estrategias pueden estar siendo promovidas por las prácticas de la enseñanza las cuales están mediatizadas por los libros de texto.

Objetivo

- Analizar la frecuencia y variabilidad de los diferentes tipos de problemas con estructura aditiva y multiplicativa presentes en los libros de texto de matemáticas de las editoriales más representativas de España y Paraguay.

Método

Selección de los libros de texto

Los libros analizados fueron obtenidos de cuatro editoriales que pertenecen a España y Paraguay. La serie de libros analizados en España pertenecen a las editoriales Santillana (1999) y Anaya (2002), y las correspondientes a Paraguay, incluyen a Fundación en Alianza (2000) y Don Bosco (2000). Fueron elegidas estas series de textos, porque en el caso de España pasan por ser dos de las editoriales más utilizadas por el profesorado para el desarrollo de sus clases y, en el caso de las editoriales de Paraguay son las recomendadas por el M. E. C (Ministerio de Educación y Cultura).

Codificación de los tipos de problemas

El análisis de los problemas fue llevado a cabo a partir de un sistema de codificación para cada una de las variables planteadas: problemas aditivos y multiplicativos. Así, para los problemas aditivos, se codificaron con base al esquema de clasificación descrito anteriormente: cambio, combinación, comparación e igualación con lo que identificamos 20 tipos de problemas con estructura aditiva (véase Tabla 1).

Tabla 1.

Tipos de Problemas Aditivos adaptado de Carpenter y Moser (1983)

Añadir	Cambio	Separar
1. Juan tenía 3 canicas. En una partida ha ganado 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?	2. Juan tenía 8 canicas. En una partida ha perdido 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?	3. Juan tenía 3 canicas. En una partida ha ganado algunas canicas. Ahora Juan tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas ha ganado?
4. Juan tenía 3 canicas. En una partida ha ganado algunas canicas. Ahora Juan tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas ha ganado?	4. Juan tenía 8 canicas. En una partida ha perdido algunas canicas. Ahora Juan tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas Juan ha perdido?	5. Juan tiene algunas canicas. En una partida gana 5 canicas. Ahora Juan tiene 8 canicas ¿Cuántas canicas tenía?
6. Juan tiene algunas canicas. En una partida gana 5 canicas. Ahora Juan tiene 8 canicas ¿Cuántas canicas tenía?	5. Juan tenía 8 canicas. En una partida ha perdido 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?	6. Juan tenía algunas canicas. En una partida ha perdido 5 canicas. Ahora Juan tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tenía?
Combinación		
7. Juan tiene 3 canicas. Pedro tiene 5 canicas ¿Cuántas canicas tienen entre los dos?	8. Juan y Pedro tienen 8 canicas entre los dos. Juan tiene 3 canicas (o Pedro tiene 5 canicas) ¿Cuántas canicas tiene Pedro (o Juan)?	
Comparación		
9) Juan tiene 5 canicas. Pedro tiene 8 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro más que Juan?	10) Juan tiene 8 canicas. Pedro tiene 3 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Pedro menos que Juan?	
11) Juan tiene 3 canicas. Pedro tiene 5 canicas más que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	12) Juan tiene 8 canicas. Pedro tiene 5 canicas menos que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	
13) Juan tiene 8 canicas. Él tiene 5 más que Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	14) Juan tiene 3 canicas. Él tiene 5 menos que Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	
Igualación		
15) Juan tiene 13 canicas. Pedro tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene que ganar Pedro para tener tantas canicas como Juan?	16) Juan tiene 13 canicas, Pedro tiene 5 canicas. ¿Cuántas canicas debe perder Juan para tener tantas como Pedro?	
17) Juan tiene 5 canicas. Si él ganara 8 canicas, tendrá el mismo número de canicas que tiene Pedro. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	18) Juan tiene 5 canicas, si Pedro pierde 8 canicas, él tendrá el mismo número de canicas que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	
19) Juan tiene 13 canicas, si Pedro ganara 5 canicas, tendrá el mismo número de canicas que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Pedro?	20) Pedro tiene 13 canicas. Si él pierde 5 canicas, tendrá el mismo número de canicas que Juan. ¿Cuántas canicas tiene Juan?	

Los problemas con estructura multiplicativa también se han codificado en base al esquema descrito anteriormente en la que se pueden identificar 14 tipos de

problemas que son: Grupos Iguales, Comparación Multiplicativa, Producto Cartesiano, Parte-Todo, Área Rectangular y Conversión de Medidas (véase Tabla 2).

Tabla 2.

Tipos de Problemas Multiplicativos adaptado de Greer y Nesher (1992)

Multiplicación	División (multiplicador)	División (multiplicando)
Grupos Iguales		
1) Cada niño tiene 4 naranjas. ¿Cuántas naranjas tienen juntos?	3) Si tienes 12 naranjas. ¿A cuántos niños podrás repartir 4 naranjas?	2) 12 naranjas son repartidas igualmente entre 3 niños. ¿Cuántos le ha tocado a cada uno?
Comparación Multiplicativa		
4) Juan tiene 5 lápices. Maria tiene 4 veces más lápices que Juan. ¿Cuántos lápices más tiene Maria?	5) Juan tiene 4 juguetes y Maria tiene 12 juguetes. ¿Cuántas veces Maria tiene más juguetes que Juan?	6) Maria tiene 12 juguetes. Ella tiene 3 veces más juguetes que Juan. ¿Cuántos juguetes tiene Juan?
Producto Cartesiano		
7) Maria tiene 4 pantalones y 3 blusas. ¿Cuántas combinaciones diferentes de pantalones y blusas puede hacer Maria?	8) Maria tiene 12 blusas que al combinarlas con los pantalones que tiene le permiten 48 formas distintas de vestirse. ¿De cuántos pantalones dispone?	
Parte –Todo		
9) En un colegio $\frac{3}{5}$ de los estudiantes superaron el examen. Si 80 hicieron el examen ¿Cuántos estudiantes superaron el examen?	10) En un colegio $\frac{3}{5}$ de los estudiantes superaron el examen. Si 48 lo pasaron. ¿Cuántos estudiantes hicieron el examen?	11) En un colegio 48 estudiantes de los 80 superaron el examen. ¿Qué fracción de los estudiantes superaron el examen?
Medida de Conversión		
12) Una pulgada tiene cerca de 2,54 centímetros. ¿Cuánto de largo tendrá 3,3 pulgadas en centímetros?		
Área Rectangular		
13) ¿Cuál es el área de un rectángulo de 3,3 metros de largo por 4,2 metros de ancho?	14) Si el área de un rectángulo es 13,9 m cuadrados y el largo es 3,3 m ¿Cuánto es el ancho?	

Procedimiento

La codificación de los problemas fue realizada por la autora de este trabajo. Para asegurar la fiabilidad del sistema de categorías y la codificación de los problemas, en un primer momento un libro de cada editorial fue analizado de forma independiente por dos codificadores más. De todas formas, en aquellos casos en que no hubo coincidencia se llegó a un acuerdo por consenso, de tal manera que a partir del mismo se operara en la categorización de tales problemas.

Antes de empezar la codificación de los distintos tipos de problemas con estructura aditiva y multiplicativa, una cuestión fundamental para el análisis fue decidir qué constituía un problema, puesto que el formato de presentación fue muy variado en las editoriales. Siguiendo a Semadeni (1995), un problema (similar a los que estamos planteando en esta investigación) se puede definir como la descripción verbal de una situación problemática, donde se plantean una o más preguntas que se pueden responder por la aplicación de operaciones aritméticas a los datos disponibles en el texto del problema. En este sentido, una característica de los problemas es el uso de palabras para describir la situación.

Así, “Juan gana 5 canicas en una partida y ahora tiene 8; ¿cuántas canicas tenía antes de la partida?” sería un ejemplo típico de problema, mientras que $8 - 5 = ?$ no constituye un problema. Del mismo modo, y aunque la definición pudiera incluir tareas como “¿Qué ocurre si restas 5 desde 8?”, esto no sería un problema porque este debería referirse a un contexto significativo existente o imaginable, excluyendo los contextos de puros cálculos numéricos (Semadeni, 1995).

Por otro lado, la presentación del problema puede ser completamente verbal o presentado pictóricamente, existiendo entre ambas muchas combinaciones intermedias entre palabras y dibujos.

Puesto que estábamos interesados en analizar todas las oportunidades que los estudiantes tenían para comprometerse en la resolución de un problema según la definición propuesta, decidimos codificar todas aquellas tareas que implicaran una situación problemática en la que al menos una de las premisas (bien la información numérica, bien la pregunta) se presentara verbalmente. Por ejemplo, en los primeros cursos fue común encontrarnos situaciones en las que los datos se presentaban en un dibujo (e.g. dos cajas con una etiqueta en la que aparecía el dato numérico) y la pregunta verbal “¿cuántos bolsos hay en total?”. Además, también decidimos codificar las situaciones problemáticas que se presentaban resueltas, las cuales aparecieron generalmente para introducir algún concepto u operación, ya que, aunque estuvieran resueltas, daban la oportunidad a los estudiantes de (re)conocer un particular tipo de problema.

Una vez definido lo que constituía un problema llevamos a cabo el vaciado de todos los problemas que aparecieron en los libros de texto a partir de las distintas categorías explicadas anteriormente.

Resultados

Las editoriales analizadas se comportan de manera similar ya que las correlaciones alcanzan un 0.86. Respecto a la frecuencia de presentación y variabilidad de los tipos de problemas aditivos, la línea que representa la distribución que presentan los libros es en sierra y con escasos “picos”, lo que refleja que los estudiantes son expuestos a una variedad muy limitada de tipos de problemas (véase figura 1).

Los más numerosos son Cambio 1 y 2 (categorías 1 y 2 en la figura 1), Combinación 1 y 2 (categorías 7 y 8 en la figura 1) y Comparación 1 (categoría 9 en la figura 1) que, como hemos visto, son los más sencillos de resolver y no se necesita de un conocimiento muy sofisticado para su resolución.

Asimismo, los problemas inconsistentes como Igualación 1 (categoría 16 en la figura 1), en los que sí se necesita poner en marcha estrategias y conocimientos avanzados, se encuentran ausentes.

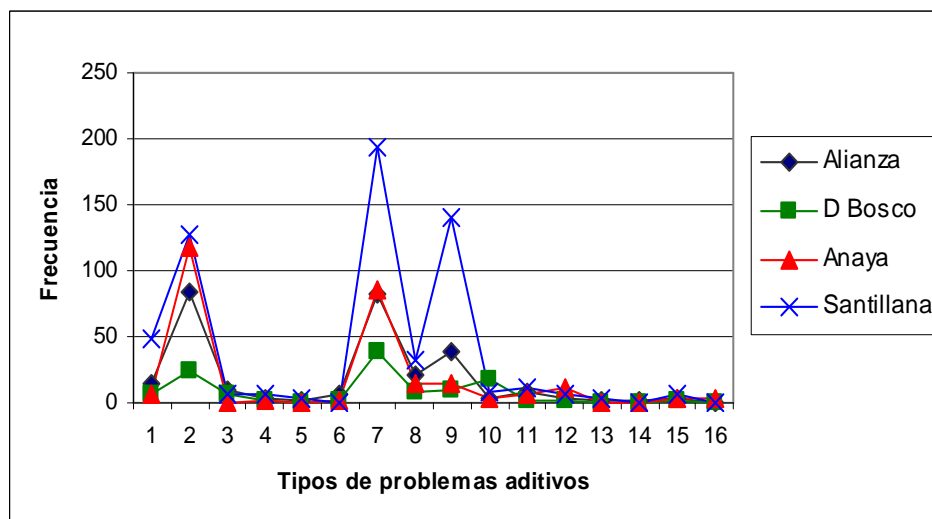


Figura 1. Distribución de tipos de problemas aditivos en los seis libros de las cuatro editoriales analizadas

En los problemas multiplicativos se presenta una distribución similar en cuanto a la presencia abundante de determinados tipos de problemas (véase figura 2). En los cinco libros analizados de las cuatro editoriales (debemos aclarar que en el libro 1 o de 1º grado todavía están ausentes los problemas de multiplicación y división), predominan los problemas de multiplicación (categoría 1 en la figura 2),

división reparto (categoría 2 en la figura 2) y los problemas de conversión de medidas (categoría 9 en la figura 2), no se promueven otros tipos de problemas. Al igual que en el anterior análisis, la editorial que desarrolla más problemas es Santillana y le siguen en menor proporción Anaya, Fundación en Alianza y Don Bosco.

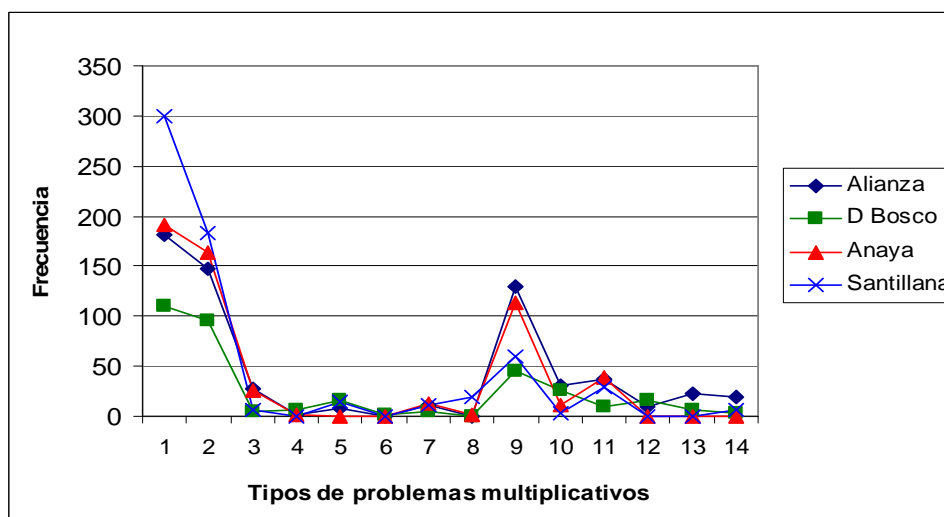


Figura 2. Distribución de los tipos de problemas multiplicativos en los seis libros de las cuatro editoriales analizadas

Discusión

Respecto al análisis de la frecuencia y variabilidad de los problemas, un primer aspecto relevante es que de los 3.002 problemas codificados a partir de las cuatro editoriales, existe una distribución muy similar de los problemas en todas ellas. No en vano, las correlaciones que obtuvimos entre pares de editoriales eran todas superiores a 0.86.

Comenzando con los problemas con estructura aditiva, en las cuatro editoriales encontramos una distribución desigual de los problemas que se presentan. Así, los problemas más numerosos corresponden con los más sencillos de resolver, como es el caso de los problemas de combinación 1 o los de cambio 1 y 2. Estos problemas no requieren un conocimiento conceptual avanzado, sino que su resolución se realiza tal como se presenta en el texto del problema.

Es más, la resolución de estos problemas se podría llevar a cabo aplicando lo que en el marco teórico hemos denominado estrategias superficiales, ya que la selección de los datos con ciertas palabras clave (ganar, gastar, juntos...) puede ser suficiente para resolver el problema sin necesidad de una comprensión profunda del enunciado.

Algo similar podemos decir de otro de los tipos de problemas que más aparecen en los libros, como los problemas de combinación 2. Aunque su resolución no pueda ser llevada a cabo directamente a partir de estrategias superficiales, tampoco necesitan de un conocimiento conceptual muy desarrollado (González, 2009).

Un caso especial son los problemas de comparación, que sabemos que en términos globales son los más difíciles, especialmente en los primeros niveles, debido a los términos lingüísticos “más que” y “menos que” (Cummins *et al.*, 1988).

Pero incluso en estos casos los problemas más numerosos, como comparación 1, son los más sencillos desde el punto de vista estructural. Llama incluso la atención que la frecuencia de los dos problemas más sencillos idénticos estructuralmente (comparación 1 y 2) sea tan diferente, ya que la frecuencia de problemas de comparación 2 es muy reducida.

Esta última cuestión es interesante para la discusión, ya que, aunque no lo hemos analizado directamente, una parte importante de los problemas aparecen en contextos en los que es fácil anticipar el tipo de operación que se puede aplicar incluso antes de leer los problemas (p.e. aparece un encabezado con “restas llevando”). En este sentido, los problemas que se resuelven con suma son fundamentalmente asociados a los problemas de combinación 1 y en menor medida cambio 1.

Un panorama similar lo encontramos en las estructuras multiplicativas. Las categorías más abundantes siguen siendo las correspondientes a los problemas fáciles. Así, la frecuencia de problemas se concentra en los problemas de grupos iguales, para los problemas que se resuelven con una multiplicación y la división por reparto, para los que se resuelven con una división. Por lo tanto, los problemas aditivos y multiplicativos más numerosos que aparecen en los libros son aquellos que resultan más sencillos de resolver y los más desafiantes son escasos o nulos.

De esta forma, los problemas se convierten en ejercicios rutinarios y difícilmente se podrán desarrollar las habilidades necesarias para enfrentarse a esta compleja tarea.

Como ha argumentado Orrantia (2003), el conocimiento conceptual necesario para resolver problemas se desarrolla en el propio proceso de resolución de problemas.

De todas formas, no debemos pensar que las dificultades se resuelven simplemente aumentando los problemas en los libros de texto ni tampoco agregando problemas más complejos. El desarrollo de las habilidades de resolución de problemas depende fundamentalmente del contexto instruccional en el que se adquieren dichas habilidades.

En este sentido, algunas editoriales han comenzado a considerar en los libros de texto de matemáticas la importancia de la resolución de problemas en los contenidos de aritmética, proponiendo programas de resolución de problemas que han introducido en las unidades didácticas. Este es el camino para que los problemas no se conviertan únicamente en el ejercicio de las operaciones que se introducen en un contexto verbal. Los problemas deben tener sentido en sí mismos, y ser las operaciones las que se pongan al servicio de la resolución de problemas. Pero para ello es necesario que los alumnos se impliquen en la comprensión de la situación denotada en el enunciado, y esto supone ampliar la variedad en la presentación de los diferentes tipos de problemas.

Referencias

- Briars, D. J. y Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and instruction*, 1, 245-296.

- Carpenter, T. P. y Moser J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem solving skills. En T. P. Carpenter, J. M. Moser y T. A. Romberg (Ed) *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Carpenter, T. P.; Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in Mathematics Education*, 15, 179-202.
- Carpenter, T. P., Hiebert, J. y Moser, J. M. (1981). The effect of problem structure on first graders' initial solution procedures for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 12, 27-29.
- Carter, J.; Li, Y; y Ferrucci, B. (1997). A comparison of how textbooks present integer addition and subtraction in china and the United States. *Mathematics Educator*, 2 (2), 197-209.
- De Corte, E. y Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders strategies for solving addition and subtraction word problem. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- Fuson, K. C. (1992). Research and learning and teaching addition and subtraction whole numbers. En G. Leinhardt, R. Putnam y R. A. Hattrop (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 53-187). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Fuson, K.C., Stigler, J.W. y Bartsch, K, (1988). Grade Placement addition and subtraction topics in Japan, mainland China, the Soviet Union, Taiwan and the United States. *Journal of Research in Mathematical Education*, 19, 449-456.
- González, L (2005). *La interacción libro de texto-profesor/ a en la resolución de problemas aritméticos*. Tesis Doctoral. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Universidad de Salamanca.
- González, L. (2009). *¿Qué problema resolver problemas!, las dificultades que se presentan en la resolución de problemas aritméticos*. Editorial El Lector.
- Hegarty, M., Mayer, R. E. y Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87, 18-32.
- Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: A construction-integration model. *Psychological Review*, 95, 163-182.
- Kintsch, W. (1998). *Comprehension: A paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kintsch, W. y Greeno, J. (1985). Understanding and solving word arithmetic problem. *Psychological Review*, 92, 109-129.

- Littlefield, J. y Rieser, J. J. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematical story problems. *Cognition and Instruction*, 11, 133-188.
- Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R.J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.) *The nature of mathematical thinking*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Mayer, R.E., Sims, V. y Tajika, H. (1995): Mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32, 443-460.
- Nesher, P. Greeno, J. G. y Riley, M. S. (1982). The Development of Semantic Categories for Addition and Subtraction. *Educational studies in Mathematics*, 13, 373-394.
- Nesher, P., & Teubal, E. (1975). Verbal Cues as an Interfering Factor in Verbal Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 41 - 51.
- Orrantia, J. (1993). Comprensión y razonamiento matemático: Donde las matemáticas necesitan del lenguaje. *Conferencia inaugural del curso 1993-94 de las Escuelas Superiores Universitarias de Psicología del Lenguaje y Logopedia*. Universidad Pontificia de Salamanca.
- Orrantia, J (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y Aprendizaje*, 26 (4), 451-468.
- Reusser, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science*, 17, 309-339.
- Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. En H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett y H. F. Friedrich (Eds.), *Learning and Instruction* (Vol. 2, pp. 477-498). Oxford: Pergamon.
- Riley, M. S. y Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and solving problems. *Cognition and instruction*, 5, 49-101.
- Riley, N. S., Greeno, J. y Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. En H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.
- Semadeni, Z. (1995). Developing children's understanding of verbal arithmetical problems. En M. Hejný & J. Novotná (Eds.), *Proceedings of the International Symposium on Elementary Math Teaching* (pp. 27-32). Praga, República Checa: Facultad de Educación, Universidad Charles.
- Stigler, J.W.; Fuson, K, Ham, M, y Kim, M, (1986). An analysis of addition and subtraction word problems in U.S. and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and instruction*, 3, 153-171.

- Shoenfield, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.
- Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 7, 227-238.
- Van Dijk, T. y Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substraction problem. En T. P. Carpenter, J. M., Moser y T. A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Verschaffel, L. y De Corte, E. (1997). World problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school. En T. Nunes y P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 69-97). Hove: Psychology Press.
- Verschaffel, L., de Corte, E. y Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of LewIn and Mayers's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 94, 85-94-
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. The Netherlands: Swets & Zeitlinger.